



Mathematik für Informatiker 1, WS 2018/19
Übungsblatt 2

1. Seien $G = \{1, 2, 3, 4\}$ und die Relationen R_1, R_2, R_3 auf G durch

$$R_1 = \{(1, 2), (2, 1)\},$$

$$R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\},$$

$$R_3 = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 4)\}$$

gegeben. Prüfen Sie, ob diese Relationen reflexiv, konnex, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch und/oder transitiv sind.

2. Seien die Relationen \sim_a, \sim_b, \sim_c auf \mathbb{Z} durch

$$x \sim_a y \quad \Leftrightarrow \quad x \neq y,$$

$$x \sim_b y \quad \Leftrightarrow \quad x + y \text{ ist eine gerade Zahl,}$$

$$x \sim_c y \quad \Leftrightarrow \quad x \geq y^2$$

gegeben. Prüfen Sie, ob diese Relationen reflexiv, konnex, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch und/oder transitiv sind.

3. Sei die Relation \sim auf $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ durch

$$(p, n) \sim (q, m) \quad \Leftrightarrow \quad p + m = q + n$$

definiert.

(a) Zeigen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ ist.

(b) Zeigen Sie, dass

$$(p, n) \sim (k + p, k + n)$$

für alle $k \in \mathbb{N}_0$ gilt.

(c) Wir schreiben nun \mathbf{k} für die Äquivalenzklasse $[(k, 0)]$ und definieren die 'Summe' zweier Äquivalenzklassen durch die Formel

$$[(p, n)] + [(q, m)] = [(p + q, n + m)].$$

Bestimmen Sie die Äquivalenzklasse $-\mathbf{k}$ mit der Eigenschaft, dass

$$-\mathbf{k} + \mathbf{k} = \mathbf{0}$$

gilt. [Sie dürfen annehmen, dass '+' wohldefiniert ist.]

4. Seien M eine nichtleere Menge und die Relation \preceq auf der Potenzmenge $P(M)$ von M durch

$$A \preceq B \quad \Leftrightarrow \quad A \subseteq B,$$

definiert. Zeigen Sie, dass diese Relation eine partielle Ordnung ist. Wann ist sie eine Totalordnung?